

美国大学生物理联合会中山大学分会 (SPS-SYSU)

新会员入会面试阅读材料

【热学】

命题人：余荫锐

1. 请 10 分钟内阅读以下阅读材料。可以上网查资料。
2. 阅读完毕后，以你喜欢的方式，向面试官讲授这些知识并回答提问。时间不超过 10 分钟。

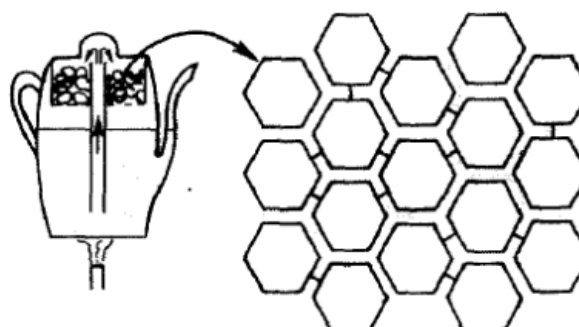
提示：

1. 讲授过程不要求脱稿，您无需纠结于概念或定义，甚至无需掌握严谨地推导或者前因后果，但是您最好能把物理图像讲清楚，即，对材料的定性了解是必要的。
 2. 如果您感到阅读时间有限，可以先大致浏览一遍，着重阅读您感兴趣的部分即可。
 3. 在讲授过程中如果您感到难以找到讲授的切入点，可以参考以下问题，重点讲清楚以下几点即可：
 - a) 随着联通单元的增加，“是否逾渗”这一现象是一个缓变过程还是瞬变过程？
 - b) 逾渗对随机性有什么样的要求？
 - c) 逾渗能否看作一种相变？怎样描述这种相变？（如果您之前没听过相变这个概念，请联想一下水结冰的过程，这就是水从液相到固相的相变。不过，我不希望这样的例子束缚您的思想。实际上相变的定义和表现形式多种多样，您只需要知道这就是某种状态的转变。您也可以自己提出相变的严格定义，并对其做出解释。）
- 当然，这些问题只是作为提示而存在，您不必完全依照这个思路来讲。如果您结合自己的过往所学，对材料的其他部分更感兴趣，或者您有您自己的思路或见解，欢迎自由发挥。

阅读材料:

3.4 逾渗

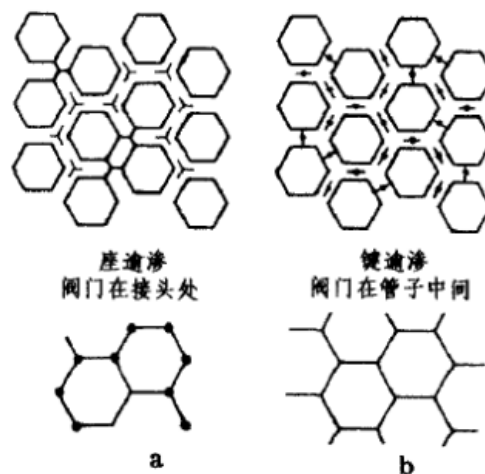
逾渗(percolation)是DLA之外另一个处理随机几何结构的重要模型,它是1957年数学家汉默斯莱(J. M. Hammersley)创造的。[●]英文percolator的本意是咖啡渗滤壶,图5-19a是咖啡壶内逾渗过程的示意图,图5-19b给出理想化的二维蜂房格网络,表明流体如何迂回曲折地通过六角形“咖啡渣”间的缝隙。我们可以把可产生逾渗的介质看成许多相互连接的管道网络,其间设有许多阀门。各阀门随机地开启或关闭着,以表示有的地方通,有的地方不通。如图5-20所示,设置阀门的位置可以有两种选择,一是设置在通道的接头处(图a),各段管道(联键)是畅通无阻的;另一是设置在管道的中间(图b),各接头处(座点)是畅通无阻的。以上两种选择对应两种逾渗模型:图a的情形通不通的关键在座点上,称为座逾渗(site percolation);图b的情形通不通的关键在联键上,称为键逾渗(bond percolation)。当然也可以设想在接头处和管道中间都设上可开关的阀门,这就构成座-键逾渗(site-bond percolation)模型,用以模拟更复杂的逾渗现象。



a. 咖啡壶

b. 逾渗网络

图5-19 由咖啡壶抽象出逾渗模型

座逾渗
阀门在接头处键逾渗
阀门在管子中间

a

b

图5-20 座逾渗和键逾渗

● J. M. Hammersley, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, **53**(1957), 642. 可参看 R. Zallen, *The Physics of Amorphous Solids*, A Wiley-Interscience Publication, 1983; 中译本, R. 泽伦,《非晶态固体物理学》,北京:北京大学出版社,1988,第四章。

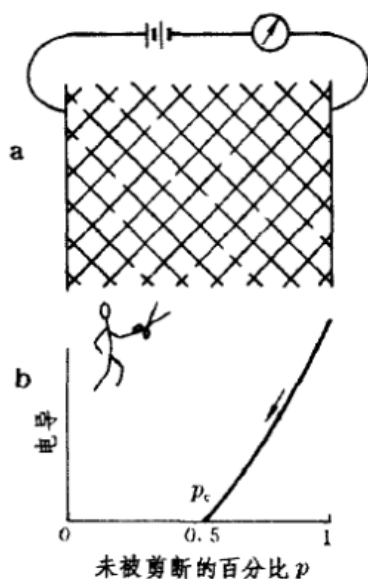


图 5 - 21 逾渗一例：

被随机剪断的通讯网络

先看一个键逾渗模型的例子。考虑如图 5 - 21a 所示的一个正方形导线网格构成的通讯电路，一醉汉手持剪刀，边走边剪断网络中的某些联线。图中两边的粗线代表两个需要相互联系的通讯中心或指挥台站，醉汉是想破坏他们之间的联系。试问：必须剪断多少百分比的联键，才能使双方联络中断？这当然是个假想实验，此模型中需要“醉汉”这个角色，是说他神智不清，只会“随机地”乱剪。否则像裁缝剪开一匹布那样，很容易将联络割断。“随机性”在逾渗模型中是必不可少的。

为了回答上面提出的问题，我们可用计算机来模拟，模拟的结果用网络的电阻和联键完好率 p 的关系来说明，如图 5 - 21b 所示。从右向左看此图，随着醉汉的不断破坏，网络的电导随 p 的下降而减小。当 p 下降到 0.5 时电导就减少到 0，双方联络中断。在这里 0.5 是 p 的临界值，记作 p_c ，称为逾渗阈值。存在一个逾渗阈值，超越它，系统的性能就发生尖锐的转变，长程联结性突然消失（或产生），许多重要的性质将以“有或无”、“行或者不行”的方式突变——这便是逾渗模型的精髓。字典上说：逾，越也。超越一定的阈值渗流便导通，这便是 percolation 中译名“逾渗”寓意之所在。

【命题人注】下面座逾渗的例子为选读内容，您可以不读，直接跳至我下面再次标注处。

下面再看一个座逾渗模型的例子，并通过它提出有关逾渗的一系列概念。图 5 - 22 描绘了正方形网格一部分区域上的座逾渗过程。在一正方形网

格上随机地布上一些“棋子”，被棋子占有的座称实座，否则是空座。实座表示该处畅通，空座表示该处绝路。按座逾渗模型的精神，两实座相邻，其间联键自然导通。用 p 代表实座的百分率，图 5-22a、b、c 分别对应 $p = 0.25$ 、 0.50 、 0.75 的情况。在低密度的情形 a 里，许多实座是孤立的，由实座连接起来的集团不多，大些的集团更少，根本没有从网格的一端跨越到另一端的大集团（称跨越集团）。在中等密度的情形 b 里，集团的数目增多，集团也变得大了，但仍没有出现跨越集团。在高密度的情形 c 里，横贯两边的跨越集团出现了，亦即，出现了逾渗通路。计算机模拟表明，正方形网格座逾渗的阈值 $p_c = 0.59$ ，● 介于图 b 的 $p = 0.50$ 和图 c 的 $p = 0.75$ 之间。

用集团内包含实座的数目 s 来标志集团的大小，用集团中最远实座之间的距离 l 来标志集团的长度， \bar{s} 和 \bar{l} 代表它们的平均值。计算机模拟表明，

$$\bar{s} \propto \bar{l}^f, \quad f \approx 1.9,$$

参见图 5-23 左半的曲线。在某种意义上说， s 就是集团的面积。对于规则的几何形体， f 本应等于 2。 $f < 2$ 说明集团具有分形的性质。

严格地说，尖锐的逾渗转变只发生在无穷大的网格中。在这种情况下跨越集团是无穷大的，称为逾渗集团。所以对于无穷大的网格，当实座率 p 从低密度一侧趋于 p_c 时， $\bar{l} \rightarrow \infty$ ， $\bar{s} \rightarrow \infty$ 。 $p > p_c$ 时

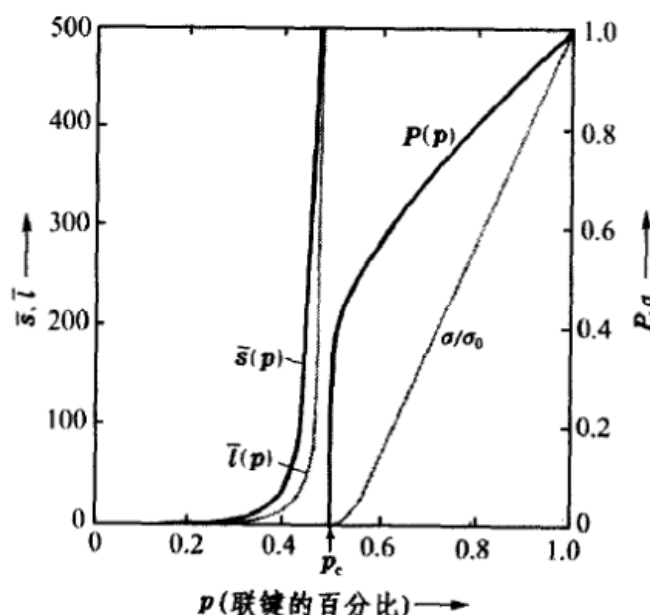


图 5-23 逾渗模型的特征量

\bar{l} 和 \bar{s} 的概念已失去意义，应代之以逾渗概率的概念。在逾渗阈值以上出现了逾渗集团，但仍存在一些较小的非逾渗集团。任选一个实座，它属于某个逾渗集团的概率 P 与 p 有关，函数 $P(p)$ 就是逾渗概率。当 p 从 p_c 增大到 1 时，逾渗概率 $P(p)$ 从 0 增大到 1（见图 5-23 右半黑色线）。在 p_c 以上逾渗概率的增长表示逾渗通路变得愈来愈丰满，并不反映长程联结性从无到有根本性的变化。图 5-23 右半的灰色线相当于无规电阻网络的“电导率” $\sigma(p)$ ，它也是 p 的函数，随 p 的增长而增长。但 $\sigma(p)$ 的增长没有 $P(p)$

● 正方形网格键逾渗的阈值 $p_c = 0.50$ 。

的增长快,这是因为随着 p 的增大,在逾渗通路两侧增添了一些枝蔓,它们往往是一些死胡同,只有逾渗通路的主干和接通的旁路才对电导率有贡献。

【命题人注】直到这里,上面座逾渗的例子都是选读内容。如果其余必读部分的材料已经足以令您有所思考的兴致,不妨就拿剩下的时间好好结合自己的所学知识思考一下。如果您读完必读内容还是没有什么头绪,可以读一读选读内容,这或许也会启发您的思考。

逾渗转变相当于一种二级相变(参见第四章 6.2 节), p 是控制参量,逾渗概率 $P(p)$ 是序参量。所以逾渗转变可作为研究许许多多具有这种特征的自然现象、乃至社会现象的原始模型。这些现象包括多孔介质中流体的流动、群体中瘟疫的传播、复合材料的半导体-金属转变、螺旋星系中恒星的随机形成、核物质中夸克禁闭-非禁闭转变、稀磁体顺磁性-铁磁性转变、聚合物凝胶-溶胶转变、固体的玻璃化转变、非晶态半导体的变程跳跃、电子的局域态-扩展态转变,等等。举一个容易理解的例子,图 5-24a 所示为一果园,其中等距地栽植着果树,遭受某种高度传染性枯萎病的威胁。令 $p(r)$ 代表病株传染给相距 r 处健康树的概率。假定 $p(r)$ 的函数形式已知(见图 5-24b),果农想

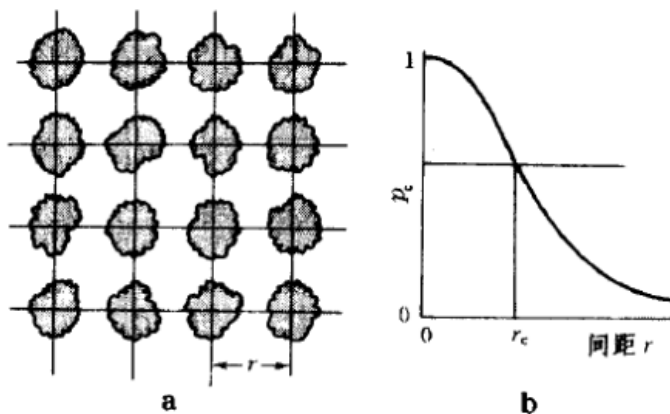


图 5-24 果园中枯萎病的蔓延问题

得到最大的产量,自然要问:在能够避免枯萎病使果园遭毁灭的前提下,允许的最大栽植密度是多少?逾渗模型所给的回答是,果树间距 r 应略超过临界值 r_c ,在此距离上 $p(r_c) = p_c$ (逾渗阈值)。因为 $r > r_c$ 时 $p(r) < p_c$,病株不会形成逾渗集团而使果园遭毁灭性的打击,损失最多局限在有限的范围内。对于瘟疫或谣言在人群中的传播、森林火灾的蔓延等问题,逾渗也是很好的模型。